

Math. P.

233



Mathematic Math. P. 237

Mathefis. Geometria applicata

438.

R

Seßkunst

für

Kinder
aus dem Jakobi,

neue

und vermehrte Auflage
mit 4 Kupfertafeln.



Landshut,

gedruckt und verlegt, bey Maximilian Hagen, Stadt
und Landschafts = Buchdrucker.

**Messkunst für die Kinder aus dem
Jakobi.**

Imprimatur.

Registr. fol. 52.

**Sign. München in dem Churf.
Hochlöbl. Bücher = Censur =
Collegio den 3. Julius 1775.**

Wilhelm Wodiczka Secr.



Von der Mefkunst überhaupt.

I §.



Alle körperliche Dinge haben eine gewisse Größe. Diese Größe haben sie entweder in Anfehung ihrer Länge, Breite, oder endlich in Anfehung ihrer Dicke. Wenn ich z. B. ein Stück Mauer vor mir habe; so kann ich die Größe ihrer Länge, die Größe ihrer Breite, oder die Größe ihrer Dicke betrachten. Wenn ich nun eine von diesen Größen fuche; fo faget man: Ich meffe aus.

2 §.

Die Mefkunst (Geometrie) ift also eine Wiſſenſchaft, die Größe der körperlichen

A 2

chen



chen Dinge zu suchen, die sie entweder in Ansehung ihrer Länge, oder in Ansehung ihrer Breite, oder in Ansehung ihrer Dicke haben.

3 §.

Daher saget man gemeiniglich, daß die Geometrie 3 Theile unter sich begreife, nämlich die Longimetrie, oder die Wissenschaft Längen auszumessen, und die Planimetrie, oder die Wissenschaft Flächen auszumessen; und die Stereometrie, oder die Wissenschaft Dicken auszumessen.

Erklärungen von Puncten, und Linien.

4 §.

Ein Punct ist der Anfang, oder das Ende einer Linie. Er kann mathematisch, oder physikalisch seyn. Ein mathematischer Punct ist der Anfang, oder das Ende einer Linie, die ich mir in Gedanken vorstelle. Er hat keine Länge, Breite, und Dicke. Ein physikalischer Punct ist jenes Zeichen, welches wir im Schreiben machen, und Punct nennen.

5 §.

Eine Linie ist eine Länge, die ich betrachte, ohne auf ihre Dicke zu sehen. Wenn ich eine solche ziehe, so weicht sie entweder manchmal zur Rechten und zur Linken ab; oder sie weicht weder zur Rechten noch zur
Linie



Linken ab. Ist jenes, so bekomme ich eine krumme Linie; ist dieses, so bekomme ich eine gerade Linie.

6 §.

Eine krumme Linie ist also eine Länge, welche bald zur Rechten bald zur Linken abweicht. (Tab. I. Fig. 2.)

7 §.

Eine gerade Linie ist eine Länge, die weder zur Rechten, noch zur Linken abweicht. (Tab. I. Fig. 1.)

8 §.

Eine Linie ziehe ich entweder in Gedanken von einem Orte zum andern, oder ich zeichne sie wirklich. Ist jenes, so habe ich eine mathematische Linie; ist dieses, so habe ich eine physikalische.

9 §.

Eine mathematische Linie ist also eine Länge; die ich mir in Gedanken von einem Orte zum andern vorstelle; z. B. der Weg, den ein Körper nimmt, wenn er von oben herabfällt, ist eine mathematische Linie.

10 §.

Eine physikalische Linie ist eine Länge, die ich wirklich abgezeichnet habe.

11 §.

Senkrecht heißt die gerade Linie c d, wenn sie auf einer andern a b dergestalt aufgerichtet steht, daß sie sich weder zur Rechten, noch zur Linken neiget. (Tab. I. Fig. 3.)

12 §.

13 §.



12 §.

Schief hingegen heißt die gerade Linie $b b$, $a a$; weil sie sich gegen eine Seite mehr neiget. (Tab. I. Fig. 4.)

§ 13.

Parallel wird die Linie genannt, welche mit einer andern dergestalt fortläuft, daß sie beyde überall einerley Entfernung von einander behalten, wie $a b$, und $c d$. Tab. I. Fig. 5.

14 §.

Horizontal heißt die Linie $a b$, wenn sie mit dem Horizonte, oder besser mit einer Wasserfläche parallel läuft. Tab. I. Fig. 1.

15 §.

Proportionallinien sind, welche gleiches Verhältniß unter sich haben; z. B. $a b$ ist so oft in $c d$, als $e f$ in $g h$ enthalten. Tab. I. Fig. 6.

16 §.

Will ich einen Zirkel machen, so muß ich 1. einen unbeweglichen Punct haben. 2. Es muß eine gerade Linie da seyn. 3. Um den unbeweglichen Punct ziehe ich die gerade Linie in gleicher Entfernung, und alsdann entsteht ein Zirkel.

17 §.

Ein Zirkel ist also eine Linie, die um einen unbeweglichen Punct in gleicher Entfernung gezogen worden. Tab. I. Fig. 7.

18 §.



18 §.

Diese Linie, die sich um den unbeweglichen Punct zieht, heißt der Umkreis oder die Peripherie. Der Punct, um den sie sich zieht, heißt der Mittelpunct oder das Centrum (a). Fig. 7. Wenn man von der Peripherie bis wieder zur Peripherie durch den Mittelpunct eine Linie zieht, so heißt sie der Durchmesser oder der Diameter (b c.) Fig. 7. Die Hälfte davon, oder das Stück von dem Centro bis zur Peripherie, heißt der Radius des Zirkels (a d). Ziehe ich aber von der Peripherie bis wieder zur Peripherie eine Linie, ohne den Mittelpunct zu berühren, so heißt solches eine Sehne oder Chorda (e f). Tab. 1. Fig. 7.

Grundsätze von Puncten und Linien.

19 §.

Weil ein mathematischer Punct weder Länge, noch Breite, noch Dicke hat, so ist er untheilbar. (4. §.)

20 §.

Aus einem jeden Puncte läßt sich auf eine beliebige Weite ein ganzer oder halber Zirkel beschreiben; der ganze hält 360, und der halbe 180 Grade, er mag groß, oder klein seyn.

21 §.

Zwischen zweenen Puncten kann nur eine gerade Linie gezogen werden; denn die zwey-



te Linie, welche man zwischen den nämlichen zweenen Puncten ziehen wollte, würde unmöglich seyn; weil sie auf die erste müßte hingezogen werden. (7. §.)

22 §.

Alle geraden Linien sind einander ähnlich; weil sie in allen ihren Theilen einerley Richtung behalten, und weder zur Linken, noch Rechten abweichen.

23 §.

Alle senkrechte Linien zwischen Parallellinien sind einander gleich; und umgekehrt: Wenn die Perpendicular = oder senkrechte Linien zwischen zween geraden Linien einander gleich sind: so sind die geraden Linien Parallellinien; weil sie überall gleiche Entfernung von einander haben. (13. §.)

24 §.

Alle Radii eines Zirkels, oder die Linien von dem Mittelpuncte bis an die Peripherie, sind einander gleich. Die Ursache ist diese: Wenn ich einen Zirkel mache, so ziehe ich ja eine Linie um einen unbeweglichen Punct in gleicher Entfernung: also muß es ja von dem Mittelpuncte bis an die Peripherie immer gleich weit seyn.

25 §.

Der Radius ist die Hälfte des Durchmessers. (18. §.)

26 §.

Alle Durchmesser der Zirkel haben zu ihren Peripherien gleiches Verhältniß, wie
die



die halben Durchmesser zu den halben Peripherien : und also müssen gleiche Durchmesser gleiche Peripherien haben.

27 §.

Wie sich die Durchmesser gegen einander verhalten : so verhalten sich auch die Peripherien.

Lehrsätze von Linien.

28 §.

1. Lehrsatz. Der Durchmesser $a b$ ist die größte von den geraden Linien, welche in einem Zirkel gezogen werden kann. Tab. 1. Fig. 8.

Beweis. Weil der Radius $c e + c f > f e$; und $c e + c f = a b$ (§. 24.) so ist auch $a b > f e$; weil dieses nun von allen Sehnen, die gezogen werden können, auf gleiche Art kann erwiesen werden: so ist der Durchmesser die größte Linie im Zirkel.

Anmerkung. Das Zeichen $+$ ist aus der Rechenkunst genommen, und zwar aus der Addition, es bedeutet also und. Das Zeichen $>$ heißt so viel als größer, wie $<$ so viel als kleiner heißt; z. B. $a b > c d$ d. i. $a b$ ist größer, als $c d$; $f g < h i$ d. i. $f g$ ist kleiner, als $h i$. Die 2 Striche $=$ sind das Verhältnißzeichen, und heißen: Ist eben so viel, als 2c. oder ist gleich.



29 §.

2. Lehrsatz. Auf einer gegebenen Linie $a b$ kann aus einem Punkte c nur ein Perpendikel aufgerichtet werden. Tab. I. Fig. 9.

Beweis. Weil $d c$ ein Perpendikel ist: so ist der Winkel $o = 90^\circ$ (46. §). Sollte nun außer diesem auch die Linie $c e$ ein Perpendikel seyn: so müßte auch $u = 90^\circ$ seyn: folglich $o + u = 180$. Also blieb für den Winkel x nichts übrig. Also könnte keine Eröffnung der Linien $c d$, und $c e$, folglich kein Winkel seyn. (42. §.) Also muß die Linie $c e$ auf die Linie $c d$ fallen, und eine Linie ausmachen; also kann aus dem Punkte c auf der Linie $a b$ nur ein Perpendikel aufgerichtet werden.

A u f g a b e n

aus der Longimetrie auf dem
Papire.

30 §.

1. Man soll eine Horizontallinie ziehen.

Auflösung. Man nehme ein Lineal, und fahre mit einer Feder, oder einem Bleistifte gerade am Lineale fort. Tab. I. Fig. I.

31 §.

2. Man soll Perpendicularlinien ziehen, und zwar auf der gegebenen Linie $a b$ aus dem gegebenen Punkte c .

Auflösung.

Auflösung. Ich setze den Zirkel in c ein, und mache mit beliebiger Eröffnung desselben auf der Linie a b nach a zu einen Durchschnit in d. Mit eben dieser Eröffnung des Zirkels mache ich auch nach b zu einen Durchschnit in e. Darauf setze ich den Zirkel in d ein, und mache mit beliebiger Eröffnung ober der Linie einen Bogen; dann setze ich den Zirkel in e ein, und mache mit eben dieser Eröffnung wieder einen Bogen. Durch den Punct f, wo sich die Bögen durchschneiden, ziehe ich eine Linie auf c, und diese steht dann auf a b perpendicular. Tab. I. Fig. 10.

Beweis. Eine Perpendicularlinie in der Mitte ist die, deren Winkel zu beyden Seiten gleich sind. (II. §.) Nun sind aber hier bey unsrer Figur die Winkel x und y einander gleich: also muß f c auf a b perpendicular stehen.

32 §.

3. Man soll Parallellinien ziehen.

Auflösung. Es werden über der gegebenen Linie a b, zu der eine andere Linie in einer gegebenen Entfernung parallel gezogen werden soll, 2 Bogen m m, und n n, die ihre Mittelpuncte auf der gegebenen Linie in e t haben, beschrieben; und an diesen wird die Linie c d gezogen, welche der a b parallel ist. Tab. I. Fig. 11.

33 §.



33 §.

4. Man soll eine Schlangenlinie ziehen.

Auflösung. Ziehet eine gerade Linie a b. Ziehet aus c von a bis e einen halben Birkel überwärts; aus f aber unterwärts nach g; aus h wieder überwärts; u. s. f. Tab. I. Fig. 12.

34 §.

5. Man soll eine Schneckenlinie ziehen.

Auflösung. Ziehet eine Linie a b, und wählet in c einen Mittelpunct. Machet in d einen Punct, der von c so weit entfernt ist, als ihr die Weite der Schneckenlinie haben wollet. Setzet den Birkel in c, und ziehet aus dem Puncte d den halben Birkel d e. Dann setzet den Birkel in d, eröffnet ihn bis e, und ziehet aus e den halben Bogen e f u. s. f. Tab. I. Fig. 13.

35 §.

6. Man soll eine Ellipsis oder ablangge Rundung ziehen.

Auflösung. Wählet 2 Puncte in a und b, und schneidet nach beliebiger Weite die Kreuzbogen bey c und d. Ziehet die Linie d e und d f, imgleichen c g, und c h durch die Puncte. Setzet den Birkel in d ein, und ziehet mit der Weite d c den Bogen f e. Dann setzet den Birkel mit eben dieser Eröffnung in c ein, und ziehet mit der Weite d c den Bogen g h. Setzet in b ein,

ein, und machet den Zirkel auf bis e, und ziehet e h. Setzet endlich in a ein, und machet den Zirkel auf bis f, und ziehet f g. Tab. 1. Fig. 14.

36 §.

Auf dem Felde.

1. Man soll eine Horizontallinie auf einer Ebene abstecken.

Auflösung. Das geht durch bloße Stäbe. In a, wo sich die Linie anfangen soll, steckt einen Stab, und in b, wo sie aufhören soll, auch einen. Stellet euch hinter den Stab bey a, und lasset in e einen andern Gehilfen treten, der daselbst auf euer Winken dergestalt einen Stab einsteckt, daß die Stäbe a e b einander decken. u. s. f. Tab. 1. Fig. 15.

37 §.

2. Man soll auf einer Linie a b einen Perpendikel aus dem Puncte d aufrichten 2c.

Auflösung. Traget mit der Meßschnur aus d eine gleiche Länge nach a und b. Theilet sie in 2 gleiche Theile, und machet die Schnur in e und c fest, und steckt in f einen Stab ein: so wird die Linie f d ein Perpendikel auf a b seyn. Tab. 1. Fig. 16. Soll sie am Ende der Linie aufgerichtet werden, so setzet nach Gefallen den Punct c über die Linie a b; auf diesem Puncte c und der Entfernung c a machet den Theil eines Zirkels e a d. Ziehet die gerade Linie d c e durch



durch die Punkte d und c. Dann machet die Linie a e, welche senkrecht auf a b am Ende stehen wird. Tab. I. Fig. 17.

38 §.

3. Man soll eine Zirkellinie zeichnen.

Auflösung. Es geschieht am bequemsten vermittelt einer Schnur, welche in dem gegebenen Mittelpunkte c befestiget wird; und an welche man in der gegebenen Weite des Halbmessers c a einen spitzigen Stecken a anhält, den man bey ausgedehnter Schnur um den Mittelpunkt c in der gegebenen Fläche herumföhret. Tab. I. Fig. 18.

Anmerkung. Wenn man eine Zirkellinie ausmessen will: so messe man nur den Durchmesser des Zirkels auf einem Maassstabe, und mache die Proportion 100 : 314, so verhält sich der Durchmesser zur Peripherie; dann setze man es nach der Regel de Tri an.

39 §.

4. Man soll die Mitte einer Linie auf dem Felde finden.

Auflösung. Man mißt die Linie a b mit der Meßkette, oder mit Meßstäben; z. B. Sie beträgt 1254". Halbiret die Zahl, die herausgekommen ist, giebt 627". Traget also 627" aus b in c, so ist's geschehen. Tab. I. Fig. 19.

I. Anmerkung. Die Feldmesser haben im Messen eine gewisse Länge angenommen, welche sie Ruthe heißen; und diese theilen sie bey uns in zehn Theile; jeden Theil nennen sie Fuß,

Fuß, oder Schuh. Der Schuh wird wieder in zehn gleiche Theile getheilet; und jeder derselben heißt Zoll. Der Zoll wird abermal in zehn gleiche Theile getheilet; und einen solchen Theil nennen sie Linie.

2. Anmerkung. Die Ruthen werden mit ($^{\circ}$), der Fuß, oder Schuh mit ($'$), der Zoll mit ($''$), die Linien mit ($'''$) bezeichnet; z. B. $20^{\circ} 6' 4'' 8'''$ wird gelesen 20 Ruthen, 6 Schuhe, 4 Zolle, 8 Linien.

3. Anmerkung. Beim Zirkel werden eben diese Zeichen gemacht, nur mit dem Unterschiede, daß ($^{\circ}$) Grade, ($'$) Minuten, ($''$) Secunden, ($'''$) Tertien genannt werden; denn in diese Theile wird der Zirkel eingetheilet; und zwar ein Grad in 60 Minuten, eine Minute in 60 Secunden, und eine Secunde in 60 Tertien 2c.

40 §.

Vor allen Dingen muß man lernen, eine gerade Linie auszumessen 1) auf dem Papiere. Dazu brauchet man die verjüngten Maasstäbe, Tab. 4. Fig. 1. die in allen Reißzeugen anzutreffen sind, auf derer ersten Linie die Abtheilung des Maasstabes in Ruthen, und auf derer schrägen Querlinien die Abtheilungen der Ruthen in ihre Schuhe befindlich sind. Man nimmt mit dem Zirkel die Größe der auf dem Papiere gegebenen Linie, setzet hernach den einen Schenkel des Zirkels auf dem Maasstabe unverrückt in eine Linie



Linie ein, und sieht, wie viel die Größe der Linie Ruthen und Schuhe beträgt. 2) Eine gerade Linie auf dem Felde zu messen, bedient man sich am wohlfeilsten einer hölzernen Stange, die das Maaß einer Ruthe ausmacht. So oft ich solche auf der vorgegebenen Linie fortlegen kann, so viel Ruthen hat dieselbe.

1. Anmerkung. Einige Meßkünstler bedienen sich hierbey der Meßketten.

2. Anmerkung. Es haben nicht alle Dörfer eine gleiche Anzahl Schuhe in ihrer Ruthe. Es giebt Dörfer, derer Ruthe 12, 14, auch 16 Schuhe hält. Man wird sich aber die Rechnung ungemein bequem machen, wenn man die Ruthe eines jeden Orts, sie mag so groß seyn, als sie will, allemal in 10 Theile eintheilet, die man auch Schuhe nennen kann. Diese Rechnung heißt die Decimalrechnung. Bey der Anwendung auf bestimmte Fälle wird dieses zehntheilige Maaß durch die Regel de Tri wieder in Landesmaaß verwandelt.

3. Anmerkung. Der verjüngte Maaßstab wird gezeichnet, wenn man 1) eine Linie, die für eine Ruthe gelten kann, in 10 gleiche Theile theilet, 2) den Theil, der am Ende der Linie ist, noch einmal in 10 gleiche Theile eintheilet, welches die Schuhe sind, 3) auf das Ende der Linie eine senkrechte aufrichtet, wieder 10 gleiche Theile macht, und durch größere Theilungspuncte mit

mit dieser senkrechten parallel zieht, 4) durch die Theilungspuncte der senkrechten mit der zuerst gezogenen Linie gleichlaufende zieht, 5) endlich aus dem Endpuncte der äußersten Parallellinie bis an den, der dem Endpuncte am nächsten liegt, in der andern äußersten Querlinien, oder Transversalen zieht, und mit dieser wieder 9 andere gleichlaufende. Tab. 4. Fig. 1.

E r f l ä r u n g e n v o n W i n k e l n.

41 §.

Wenn ich 2 Linien habe, z. B. a b und a c, und setze sie so zusammen, daß die 2 Spitze, welche a heißen, zusammenstoßen, so entsteht in a ein Winkel. Tab. 1. Fig. 20.

42 §.

Ein Winkel ist also ein Raum, welcher entsteht, wenn 2 Linien zusammenstoßen.

43 §.

Diejenigen Winkel, die von einer Perpendicularlinie gemacht werden, heißen rechte Winkel, anguli recti. Tab. 1. Fig. 3.

44 §.

Alle andere Winkel sind kleiner oder größer, als ein rechter Winkel. Sind die Winkel kleiner, als ein rechter: so heißen sie spit-

B

zige



zige, anguli acuti. Sind sie aber größer als ein Rechter, so sind sie stumpfe, anguli obtusi. Tab. I. Fig. 20. Fig. 21.

45 §.

Ein jeder Zirkel wird in 360 Theile, die man Grade nennen, eingetheilet. Die Hälfte davon oder ein halber Zirkel machet 180 Grade; der vierte Theil machet 90 Grade.

46 §.

Ein spiziger Winkel ist kleiner, als ein rechter Winkel. Er muß also allemal unter 90 Grade haben.

47 §.

Ein stumpfer Winkel ist größer, als ein rechter; er muß also allemal über 90 Grade haben.

48 §.

Ein darnebengesetzter Winkel $y b c$ entsteht, wenn $a y$ nach b verlängert wird. Tab. I. Fig. 22.

49 §.

Wenn zwei gerade Linien $a b$, und $c d$ einander durchschneiden: so heißen die gegen einander gesetzten Winkel $z w$, und $y x$ die Verticalwinkel. Tab. I. Fig. 23.

50 §.

Ein schiefer Winkel ist, welcher kein rechter, sondern entweder ein stumpfer, oder



oder spitziger Winkel ist. Tab. I. Fig. 20. und 21.

51 §.

Die Winkel $u n$, und $m r$, welche übereinander stehen, heißen die entgegengesetzten Winkel. Tab. I. Fig. 24.

G r u n d s ä t z e v o n W i n k e l n.

52 §.

Alle rechte Winkel sind einander gleich; weil sie gleiches Maas haben.

53 §.

Vier rechte Winkel machen 360 Grade aus.

54 §.

Wenn ein Winkel auf einer geraden Linie stumpf ist, z. B. x ; so muß der andere spitzig seyn, z. B. z ; denn ein stumpfer Winkel hält mehr als 90 Grade; folglich muß der andere weniger halten: und also spitzig seyn. (§. 46.) Tab. I. Fig. 22.

55 §.

Wenn das Maas eines Winkels bekannt ist: so kann das Maas des andern leicht durch das Subtrahiren gefunden werden. Z. B. wenn der stumpfe 100° hat, so muß der spitzige 80° haben.

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 100 \\ \hline 80 \end{array}$$

B 2

Lehr:



Lehrsätze von Winkeln.

56 §.

1. Lehrsatz. Alle nebeneinander stehenden Winkel (anguli deinceps positi) auf einer geraden Linie machen 180° .

Beweis. Der Winkel x hat zu seinem Maße den Bogen db ; der Winkel y aber den Bogen bc ; und beyde Bogen machen einen halben Zirkel aus. Weil nun der Zirkelbogen $dbc = 180^\circ$: so haben die Winkel $x + y$, die nebeneinander auf einer geraden Linie stehen, zu ihrem Maße auch 180° . Tab. I. Fig. 25.

Folge. Wenn ich also auf dem Felde zu einem Winkel nicht kommen kann, den ich messen soll: so darf ich nur die Grade seines Nebenwinkels messen, und sie von 180° abziehen; was übrig bleibt, behält der zu messende Winkel. 55 §.

57 §.

2. Lehrsatz. Wenn ich eine Linie ab habe, und diese wird von einer andern cd durchschnitten, so entstehen die 2 Verticawinkel x y . Und diese sind einander gleich, oder sie haben eine gleiche Anzahl von Graden.

Beweis. Daß sie einander gleich sind, wird so bewiesen: Die 2 Winkel x und z haben zusammen 180° nach dem (56. §.)
Die



Die beyden Winkel z und y haben auch 180° , nach eben dem (56. §.) Der Winkel z bleibt z , oder er hat eben so viele Grade, ich mag ihn zu x oder zu y rechnen. Folglich müssen die 2 Winkel x und y eine gleiche Anzahl Grade haben. Tab. 1. Fig. 23. Dieses steht auch so :

$$x + z = 180^\circ. (56 \text{ §})$$

$$z + y = 180^\circ. (56 \text{ §})$$

$$z = z$$

Deswegen $x = y$.

A u f g a b e n

Von den Winkeln auf dem
P a p i e r e.

58 §.

1. Man soll einen Winkel aufzeichnen, dessen Grade gegeben sind.

Auflösung. Man zieht eine gerade Linie $a b$, hernach nimmt man das Instrument, das einen halben Zirkel, der in Grade eingetheilet ist, vorstellet, und Transporteur heißt; leget den Mittelpunkt desselben in a an, so, daß die Linie $d c$ gerade an die Linie des Transporteurs fortläuft. Darauf zählet man auf selbigen die gegebenen Grade ab, bemerket sich mit einem Puncte b den Ort, wo die gegebenen Grade aufhören, zieht durch b bis a eine Linie, so ist der Winkel aufgezeichnet, der in Graden gegeben war. Tab. 1. Fig. 25.



59 §.

2. Man soll einen Winkel z. B. $a b c$, in zween gleiche Theile theilen.

Auflösung. Man setze den Zirkel in die Spitze des Winkels, und mache mit einer beliebigen Eröffnung desselben einen Durchschnitt in dem einen Schenkel des Winkels $b a$, daß der Punct d entstehe. Mit eben der Eröffnung durchschneide man den andern Schenkel des Winkels $b c$, daß der Punct e entstehe. Darauf setze man den Zirkel in den Punct d , und mache einen Bogen innerhalb des Winkels; hernach setze man den Zirkel in e ein, und mache innerhalb des Winkels noch einen Bogen mit eben der Eröffnung, womit man den ersten Bogen aus d gemacht hat. Vom Puncte f an, wo sich die beyden Bogen durchschneiden, ziehe man eine Linie nach der Spitze des Winkels b , und diese Linie theilet den Winkel in 2 gleiche Theile; weil die beyden Triangel gleich groß sind. Tab. 2. Fig. 26.

Beweis. $b e = b d$

$e f = d f$

$f b = f b$

Also $\triangle b e f = \triangle b d f$.

Auf dem Felde.

60 §.

1. Man soll einen Winkel in zween gleiche Theile theilen.

Auf-



Auflösung. Machet die Linie $b e = b d$, und stecket in e und d Stäbe. Nehmet $b e$, und $b d$, und befestiget die beyden Ende der Meßkette in d und e . Dann nehmet die Mitte von $b e$ und $b d$, und wo diese hinfällt z. B. in f , da stecket einen Stab, und ziehet die Linie $f b$; so ist der Winkel $d b e$ in gleiche Theile getheilt. Fig. 26.

61 §.

2. Man soll einen Winkel in dem Felde ab- oder auf das Papier tragen.

Auflösung. Messet die drey Linien $a b$, $b c$, und $c a$ mit der Meßschnur, oder Kette, und bemerket die Zahlen auf dem Papiere; z. B. $a b = 29'$, $b c = 38'$, $c a = 20'$. Traget nach dem verjüngten Maasstab auf das Papier $e f$, $f g$, $g e$ in gleich vielen Theilen: so bekommt ihr einen Triangel $e f g$, der ähnlich ist dem Triangel $a b c$. Tab. 2. Fig. 27.

Erklärungen

von Flächen oder der Planimetrie.

62 §.

Eine Figur überhaupt ist ein mit Linien eingeschlossener Raum. Tab. 1. Fig. 28. 29.

63 §.

Die Linien $a b$, $b c$, $c d$, $d e$, $e a$ heißen die Seiten der Figur. Fig. 28.

B 4

64 §



64 §.

Alle Seiten zusammen genommen heißen der Ummeßer (Perimeter)

65 §.

Eine regulare Figur ist, welche lauter gleiche Seiten, und Winkel hat; Tab. 2. Fig. 28. wo nicht: so ist sie irregular. Tab. 2. Fig. 44.

66 §.

Hat man einen Winkel ($b a c$), und schließt diesen mit einer Linie zu, so entsteht ein Triangel. Tab. 2. Fig. 27.

67 §.

Ein Triangel ist also eine Figur, welche entsteht, wenn ein Winkel mit einer Linie geschlossen wird.

68 §.

Ist in dem Triangel ein rechter Winkel, so ist es ein rechtwinkliger Triangel. Tab. 2. Fig. 29. Ist ein stumpfer Winkel in demselben, so heißt er ein stumpfwinklicher. Fig. 27. Tab. 2. Sind die Winkel alle spitzig: so ist es ein spitzwinklicher. Fig. 30. Sind alle Seiten einander gleich, so ist es ein gleichseitiger. Tab. 2. Fig. 30. Sind nur zwei Seiten einander gleich: so ist es ein gleichschenkliger Fig. 31.; wenn aber keine Seite der andern gleich ist: so ist es ein ungleichseitiger Triangel. Tab. 2. Fig. 32.



69 §.

In einem rechtwinklichten Triangel heißt die Linie d b die Grundlinie, die Linie d c der Cathet, und die Linie c b die Hypothenuse. Tab. 2. Fig. 29.

70 §.

Wenn eine Figur 4 gleiche Seiten hat und 4 rechte Winkel in sich begreift: so heißt sie ein Quadrat. Tab. 2. Fig. 33. Sind nur 2 Seiten einander gleich, aber doch 4 rechte Winkel da, so heißt diese Figur ein länglicht Viereck, (rectangulum). Tab. 2. Fig. 34. Sind 4 gleiche Seiten da, aber lauter schiefe Winkel, so heißt diese Figur eine Raute (Rhombus). Tab. 2. Fig. 35.

71 §.

Die gerade Linie, welche von der Spitze des Winkels c bis zur Spitze des Winkels a gezogen wird, heißt Diagonallinie. Tab. 2. Fig. 33.

72 §.

Sind in der Figur nur zwei gegen überstehende Seiten einander gleich, und hat sie lauter schiefe Winkel: so nennet man sie eine länglichte Raute (Rhomboides). Tab. 2. Fig. 36. Der allgemeine Name für diese Gattungen von Vierecken ist das Parallelogramm.

73 §.

Ein Viereck, darinn nur zwei Seiten



parallel, und von ungleicher Größe sind, heißt Trapezium. Tab. 2. Fig. 37.

74 §.

Wenn Seiten, und Winkel ungleich sind, und keine Seite mit der andern parallel geht: so ist es ein Trapezoides. Tab. 2. Fig. 38.

75 §.

Besteht die Figur aus mehr, als 4 Seiten: so ist sie ein Vieleck (Polygonum) und bekommt den Namen von der Zahl ihrer Seiten und Winkel; z. B. Fünfeck, Sechseck, Siebeneck, 2c. Tab. 2. Fig. 28. 41.

G r u n d s ä t z e von Flächen.

76 §.

Zwo gerade Linien können keinen Raum einschließen: folglich keine Figur ausmachen; denn eine Figur ist ein mit Linien eingeschlossener Raum. (62 §.)

77 §.

Figuren, die gleiches Maas haben, sind einander gleich; denn die Gleichheit der Größen besteht in einer vollkommenen Uebereinstimmung der Dinge nach ihrem Maas ohne Absicht auf ihre Figur und Gestalt.

78 §.

Auch umgekehrt: Figuren, die einander gleich sind, müssen gleiches Maas haben.



79 §.

Figuren, die einander gleich sind, kann man mit einander verwechseln: man kann also einen Triangel an die Stelle eines Quadrats, Zirkels 2c. von eben dem Maaße setzen; weil sie mit einander gleich sind.

Lehrsätze

von Flächen.

80 §.

1. Lehrsatz. Wenn in zweenen Triangeln $a b c$, und $A B C$ alle drey Seiten, nämlich $a b$, $b c$, $c a$, des einten, allen dreyen Seiten $A B$, $B C$, $C A$, des andern Triangels gleich sind: so sind die ganzen Triangel einander gleich. 77 §.

Beweis. Weil $a b = A B$: so decket der Punct a den Punct A ; und weil $a c = A C$: so decket der Punct c den Punct C ; es ist auch $c b = C B$; und darum decket b das B : folglich decken zugleich alle äußersten Theile des $\triangle a b c$ die äußersten Theile des $\triangle A B C$: also ist der $\triangle a b c = \triangle A B C$. Tab. 2. Fig. 39.

81 §.

2. Lehrsatz. Alle Quadrate sind einander ähnlich.

Beweis. Weil sich verhält $a b : b d = A B : B D$, und $o = u$: so ist der $\triangle a b d$
 $\triangle$



$\infty \triangle A B D$. Weil nun die Diagonallinie das Quadrat in 2 gleiche Theile theilet; so ist der $\triangle a b d = a c d$, und $\triangle A B D = \triangle A C D$. Nun ist $\triangle a b d + a c d = \square a b c d$, und $\triangle A B D + \triangle A C D = \square A B C D$: also sind alle Quadrate einander ähnlich. Tab. 2. Fig. 40.

Anmerkung. Das Zeichen ∞ heißt so viel als ähnlich, und $\triangle$ so viel als Triangel.

Anmerkung. Die Aehnlichkeit der Größen ist eine vollkommene Uebereinstimmung aller der äußerlichen Kennzeichen, wodurch sonst die Größen von einander unterschieden sind, z. B. ein Triangel ist dem Quadrate nicht ähnlich; weil er in den äußerlichen Kennzeichen nicht damit übereinstimmt. Zur Aehnlichkeit der Figuren gehöret also 1) eine gleiche Anzahl von Seiten, 2) einerley Winkel, und 3) einerley Verhältniß derjenigen Seiten, die einerley Winkel einschließen.

Aufgaben auf dem Papiere.

82 §.

1. Wenn ich auf einer gegebenen Linie $a b$ einen gleichseitigen Triangel aufrichten will, so setze ich den einen Schenkel des Zirkels mit der Eröffnung $a b$ in a , und mache mit dem andern Schenkel einen Bogen

gen

gen ober der Linie. Darauf setze ich den Schenkel in b ein und mache mit unberrückter Oeffnung ober der Linie auch einen Bogen. Von dem Puncte an, wo sich die Bögen durchschneiden, ziehe ich Linien nach a und b , woraus alsdann ein gleichseitiger Triangel entsteht; weil alle Seiten gleich groß gemacht worden sind. (68 §.) Tab. 2. Fig. 30.

83 §.

1. Wenn man aus zwei gegebenen Linien $a l$ und $c d$ einen gleichschenkligen Triangel aufrichten will, so nimmt man eine davon, z. B. $a b$, zur Grundlinie an. Die andre $c d$ mißt man mit dem Zirkel, setzet den einen Schenkel in b , und mit dem andern machet man einen Bogen ober der Linie $a b$. Hernach setzet man den Zirkel in a ein, und machet mit dieser Oeffnung auch einen Bogen. Wo sich die beyden Bögen durchschneiden, von da an zieht man Linien bis nach a und b , und alsdann hat man einen Triangel mit gleichen Schenkeln, weil diese einerley Maas haben. Tab. 2. Fig. 31.

84 §.

3. Habe ich nun zwei geradene Linien $a b$ und $c d$, und einen Winkel z. B. von 51° , und ich soll einen Triangel daraus machen, so ist es leicht geschehen. Ich nehme die eine Linie $a b$ zur Grundlinie an; in a tra-

ge



ge ich den Winkel, wie (58 §.) gelehret worden. Den Schenkel dieses Winkels $a c$ mache ich so groß, wie die gegebene Linie $c d$. Da habe ich nun den Winkel $c a b$, schließe ich diesen mit einer geraden Linie zu, so habe ich den begehrten Triangel. (66 §.)

85 §.

4. Ein Quadrat auf eine gegebene Linie $a b$ richtet man so auf: Man richtet an dem Ende der Linie $b a$ einen Perpendikel auf. (37 §.) Diese Perpendicularlinie macht man so groß als $b a$, deswegen geht sie bis c . Aus c mache ich hernach einen Bogen, mit der Eröffnung des Zirkels, die so groß ist, wie die Linie $b a$. Eben das thue ich auch aus a . Da entsteht bey dem Durchschnitte der Bögen der Punct d . Von diesem ziehe ich Linien nach a und c , da ist das Quadrat fertig: denn diese Figur hat 4 gleiche Seiten, und 4 rechte Winkel. (70 §.)
Tab. 2. Fig. 33.

86 §.

5. Man soll eine Raute (*Rhombus*) aus einer gegebenen Linie $a b = 14'$ und einen Winkel $x = 52^\circ$ machen.

Auflösung. Zieheth die Linie $a b = 14'$ als die Grundlinie, und sethet aus a den gegebenen Winkel $x = 52^\circ$ auf (58 §.) Sethet mit der Eröffnung des Zirkels in b , und c ein, und schneidet die Kreuzbögen bey d , und ziehet $c d$, und $b d$ zusammen, so ist $a b d c$ eine Raute. Tab. 2. Fig. 35. 87 §.



87 §.

6. Man soll ein Trapezion aus 3 Seiten $a b = 23'$, $b d = 30'$, $a c = 20'$ und den Winkeln $x = 90^\circ$, und $y = 60^\circ$ zeichnen. Nehmet $a b$ als die Grundlinie an, und setzet bey a und b die Winkel $x = 90^\circ$ und $y = 60^\circ$, und ziehet die Linie $a c$, und $b d$. Machet $d b$ und $a c$ den gegebenen Linien gleich. Ziehet $c d$ zusammen, so ist $a b d c$ das Trapezion. Tab. 2. Fig. 37

Anmerkung. Wir wollen uns mit der Absteckung dieser Figuren auf dem Felde da nicht aufhalten. Sie geschieht durch Stäbe, und am sichersten durch Benhilfe der Astrolabien mit Busolen, Winkelmesser, oder Meßtischlein, und eines Diopternlineals, welches man deutlicher auf dem Felde weisen, als hier beschreiben kann.

88 §.

7. Es kann aufgegeben werden, zu suchen, wie viel Grade alle Winkel in einem gewissen Vielecke haben. Das kann ohne das geringste Instrument dazu zu gebrauchen, auf diese Art geschehen. Man multipliciret die Seiten des gegebenen Vieleckes mit 180° , und von dem, was herauskömmt, zieht man 360° ab. Was übrig bleibt, ist die Summe aller Winkel; z. B. Ein Vieleck hätte 8 Seiten. Die multiplicire ich mit 180° , es macht 1440. Von diesen ziehe ich 360° ab. Es bleibt 1080°. Dieses ist die Summe aller Winkel des Vieleckes.

Beweis,



Beweis. Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellet hieraus: Wenn ich in dem Vielecke einen Punct z. E. z annehme, so läßt sich dasselbe aus ihm in so viele Triangel theilen, als Seiten sind. Sind 8 Seiten da, so kann ich auch aus z darinn 8 Triangel machen, derer Winkel zusammen genommen die Winkel des Achtecks ausmachen. Nun hat ein Triangel 180° ; Vermöge der Multiplication haben die 8 Triangel 1440° . Die Winkel um den Punct z herum gehören aber nicht mit zu den Winkeln des Vielecks. Sie haben das Maas eines ganzen Kreises und also 360° . Diese müssen also nothwendig von jener Summe der ganzen Triangel abgezogen werden, wenn ich nur den Inhalt der Winkel an den Seiten des Vielecks wissen will. Fig. 41

Anmerkung. Man kann sich von diesem Satze vielleicht auf folgende Weise besser überzeugen: Durch die Diagonalen läßt sich jedes Vieleck in so viele Triangel theilen, als die Figur Seiten hat, weniger zween. So würde man z. B. das Fünfeck in 3 Triangel abtheilen können; Fig. 44. Tab. 2. Die Winkel dieser 3 Triangel, d. i. $3 \times 180^\circ$ würden daher so viel betragen, als alle Winkel des Fünfecks. Aus einem Sechsecke würde man durch die Diagonalen 4 Triangel, aus einem Siebenecke 5 Triangel u. s. f. bekommen: folglich würde die Summe der Winkel in einem Sechsecke

ecke 4 $\times 180^\circ$, und einem Siebenecke 5 $\times 180^\circ$ Grade seyn müssen.

89 §.

8. Eine der nützlichsten Aufgaben ist auch diese: Auf eine vorgezeichnete Linie $a b$ ein gewisses regulares Vieleck zu machen. Man sucht erstlich nach dem vorhergehenden § die Grade aller Winkel des begehrten Vielecks. Hernach sieht man vermittelst der Division, was auf einen Winkel kommt. Das, was heraus kommt, halbiret man und setzet die eine Hälfte in a und die andere Hälfte in b , nach (58 §.) Es entsteht durch die Schenkel dieser Winkel ein gleichschenkliger Triangel. Da, wo sich aber die Schenkel der Winkel durchschneiden, da ist der Mittelpunkt eines Kreises. Solchen mache man mit der Größe der Linie z bis a , und trage hernach die Linie $a b$ in die Peripherie herum, so ist das verlangte Vieleck fertig. Es soll z. E. ein Sechseck gemacht werden, da machen nach (88 §.) die Grade aller Winkel 720. Man dividire mit 6; so ergiebt sich 120° für einen Winkel des Sechsecks. Das halbiret man, und setzet die eine Hälfte, nämlich 60° an a an, und die andere auch von 60° an b . Die Schenkel dieser Winkel durchschneiden sich in z . Aus diesem z mache ich mit der Linie $z a$ einen Kreis, und trage die Linie $a b$ sechs mal in die Peripherie, so ist das regulare Sechseck da. Tab. 2. Fig. 41.



Anmerkung. Den Anfängern die Arbeit zu erleichtern, setzen wir die Rechnung einiger Winkel nach der Ordnung her:

Seiten.	Center- winkel.	Vieleck- winkel.	Summe aller Winkel.
5	72°	108°	540°
6	60	120	720
7	51 $\frac{2}{3}$	128 $\frac{2}{3}$	900
8	45	135	1080
9	40	140	1260
10	36	144	1440
11	32 $\frac{8}{11}$	147 $\frac{3}{11}$	1620
12	30	150	1800

Der halbe Vieleckwinkel vom Fünfeck ist also = 54°, vom Sechseck = 60, vom Siebeneck = 64 $\frac{2}{3}$, vom Achteck = 67 $\frac{1}{2}$ &c.

90 §.

9. Wenn ich in einem gegebenen Zirkel ein regulares Vieleck z. B. ein Sechseck, machen soll: so dividire ich 360° mit der Zahl der Seiten, hier nämlich 6. Es kommen 60° heraus. Diese 60° trage ich an den Mittelpunkt des Zirkels z nach (58 §.) Die beiden Schenkel von diesem Winkel durchschneiden die Peripherie des Zirkels in b und a. Die Linie b a messe ich, und trage sie sechs mal in die Peripherie herum, so habe ich in dem gegebenen Zirkel ein regulares Sechseck aufgerichtet. Will ich ein Achteck machen so dividire ich 8 in 360°. Es kommen 45° heraus. Diese 45° setze ich nun an den Mittel-



Mittelpunct des Zirkels an, und ziehe die Schenkel dieses Winkels aus. Die Weite der beyden Punkte a b, die da entstehen, wenn die Schenkel des Winkels vom Mittelpuncte an die Peripherie stoßen, messe ich und trage sie achtmal in die Peripherie herum, und da entsteht ein Achteck.

Von Ausmessung der Flächen.

91 §.

Man hat sehr oft Flächen auszumessen, z. B. Gärten oder Wiesen. Dazu gebraucht man einen Maasstab, der auch eine Fläche ist. Der füglichste dazu ist ein Quadrat, deswegen hat man Quadratruthen, Quadratschube u. d. gl. Eine Quadratruthe auf der Fläche ist ein Quadrat, welches eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist. Ein Quadratschub ist ein Quadrat, welches einen Schuh breit und einen Schuh lang ist. Ein Quadratzoll ist ein Quadrat, welches einen Zoll lang, und breit ist. Sie werden mit eben den Zeichen (39 §.) angemerkt, nur daß man, wo es nöthig ist, sie von diesen zu unterscheiden, entweder ein kleines Quadrat $\square$, oder den Buchstaben q beysetzet.

Aufgaben.

92 §.

1. Nichts ist leichter, als ein Quadrat auszumessen. Man mißt nämlich eine Seite
des



des Quadrats, und multipliciret sie mit sich selbst, so ist der Inhalt davon da. Ich hätte z. B. gefunden, daß eine Seite des Quadrats 15 Ruthen hätte, so multiplicire ich die 15 mit sich selbst:

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 15 \\
 \hline
 75 \\
 15 \\
 \hline
 225
 \end{array}$$

Diese 225 Ruthen sind der Inhalt des Quadrats.

93 §.

2. Ist ein längliches Viereck oder Rectangulum auszumessen: so mißt man erstlich die Länge und auch hernach die Breite, und multipliciret sie mit einander.

Was herauskömmt, ist der Inhalt; z. B. Wenn die Breite 6° und die Länge 14° wäre, so multipliciret man diese 6 mit der 14. Es macht 84°, und das ist der Inhalt der Figur.

94 §.

3. Will man eine Raute oder Rhombum ausmessen, (70 §.) so nimmt man die eine Linie a b zur Grundlinie an, und mißt solche. Auf diese läßt man aus c einen Perpendikel fallen, und mißt denselben. Er und die Grundlinie a b werden darauf mit einander multipliciret, so ist der Inhalt da. Tab. 2. Fig. 42. Beweis.

Beweis. Man macht hierdurch die Raute zu einem länglichen Vierecke, und sieht den Perpendikel der Raute für die Breite des länglichten Vierecks an, deßwegen rechnet man sie auch so aus, wie (93 §.)

95 §.

4. Wenn ich einen Triangel habe, z. B. $a b c$, so kann ich ihn wieder an sich selbst setzen, so, daß er doppelt da steht, wenn ich nämlich die Linie $a b$ von c in d , und die Linie $c b$ von a in d trage. Es entsteht da allemal ein Viereck, und der Triangel $a b c$ ist gerade die Hälfte von diesem Vierecke $a b c d$. Tab. 2. Fig. 43.

Beweis. Die Linie $a c$ ist die Diagonallinie von dem Viereck $a b c d$, nun theilet sie allemal die Figur in 2 gleiche Theile, oder sie halbiret das Viereck. Also ist der Triangel $a b c$ die Hälfte davon. Das erhellet auch aus der Natur der Sache. Denn das Viereck entstand ja, da ich den nämlichen Triangel $a b c$ an ihn selbst setzte, so, daß er noch einmal unter dem Namen $a d c$ da stund. Dieser doppelte Triangel machte den Inhalt des Vierecks aus. Er muß also einmal, oder einfach genommen, die Hälfte davon seyn.

96 §.

5. Eine von den nützlichsten Aufgaben ist diese; Eine geradlinichte Figur, z. B. ein Feld oder einen Wald auszumessen. Deß-



wegen soll sie weitläufig beschrieben werden. Man kann entweder in der Figur herumgehen, oder man kann es nicht füglich thun. Im ersten Falle brauchet man entweder kein anders Meßinstrument als die Ruthe. (40 §.) Oder man bedienet sich am füglichsten des Winkelvisiers. Im andern Falle, wenn man zwar die Figur umgehen, aber nicht hinein kommen kann, ist es mit dem Astrolabio oder der Theilscheibe am leichtesten.

I) Wenn man in die zu messende Figur kommen kann, so machet man es

A) bloß mit der Ruthe also: Man stellet auf alle merkliche Ecken der Figur gerade Stäbe, und sieht hernach, wie viel Triangel in der Figur sind. Darauf mißt man mit der Ruthe alle die 3 Seiten des ersten Triangels. (40 §.) So auch den andern und so fort. Einen jeden gemessenen Triangel entwerfe ich auf dem Felde nur aus freyer Hand, und schreibe auf seine Linien die gefundenen Ruthen und Schuhe. Wir wollen das mit einem Exempel erklären. Wenn ich z. B. die Figur a b c d e mit der Ruthe ausmessen wollte, so sehe ich, sie giebt mir drey Triangel, nämlich a b c, a c d und a d e. Da messe ich erst die beyden äußern Linien a b und b c, und hernach auch die Diagonallinie c a, und schreibe das gefundene nach angezeigter Art auf ein Papier. Darauf messe ich bey dem andern Triangel,



angel, wovon ich die Linie $c a$ schon habe, $c d$ und $d a$. Und bey dem dritten, wovon ich $d a$ schon habe, $a e$ und $d e$. Tab. 2. Fig. 44.

B) In der Folge, da vom Ausrechnen der Figuren die Rede ist, wird man sehen, daß es sehr bequem ist, mit dem Winkelviereck zu messen. Dieses Instrument besteht aus zweyen Linealen mit Dioptern, die so zusammen gesetzt sind, daß sie einen rechten Winkel ausmachen, welches bey dem Gebrauche auf ein Stativ gesetzt wird. Mit diesem geht man auf die längste Linie des ersten Triangels, welches die Grundlinie oder Basis von ihm ist; in der beschriebenen Figur auf $a c$, und sieht durch die Dioptern des einen Lineals, ob man gerade auf der Linie zwischen a und c ist. Auf diese Basis $a c$ fällt der Perpendikel des Triangels von der Ecke b aus. Den eigentlichen Platz aber, worauf er fällt, finde ich so, daß ich mit dem Instrumente so lange auf der Linie $a c$ herumgehe, bis ich durch die Dioptern des einen Lineals die beyden Stäbe a und c , und durch die Dioptern des andern Lineals auch den Stab b sehen kann. Wo das geschieht, hier in A , fällt der Perpendikel von b hin. Darauf messe ich mit der Ruthe die Basis des Triangels, bemerke aber auf derselben den Punct, wo der Perpendikel von b hin gefallen, und hernach messe ich die Perpendikellinie $A b$, und schreibe die Zahlen



auf ein Papier. Ist dieses geschehen, so geht man zum zweyten Triangel und verfährt eben so. In diesem fällt der Perpendikel aus d auf a c in B, und bey dem dritten Triangel aus e auf a d in C. Tab. 2. Fig. 45.

Beweis. Weil das Winkelvisier aus einem rechten Winkel besteht, so kann ich den Perpendikel des Triangels damit gar leicht finden, weil der allemal, wenn er auf eine Linie fällt, einen rechten Winkel ausmacht. (44 §.) Das eine Lineal des Visiers stellet die Grundlinie a c, und das andere die Perpendicularlinie A b vor.

II) Wenn man in die zu messende Figur nicht kommen kann, so ist solche am leichtesten durch das Astrolabium auszumessen. Wenn alle oder doch einige Ecken der Figur mit Stäben besteckt sind, so geht man mit der Theilscheibe, (Astrolabio) die auf ein Stativ zu setzen ist, und auf welcher das Lineal auf den ersten Grad des Zirkels geschoben worden, an den einen Winkel, in der vorgeschriebenen Figur an b. Das Instrument muß aber recht gerade über b stehen, so, daß der Mittelpunct desselben gerade in b fällt. Um nun den Winkel a b c zu messen, rückt man das Astrolabium so lange, bis man durch die Dioptern von dem Stande b gerade nach a sieht, so, daß das Lineal genau auf b a liegt, und sich mit dieser Linie der erste Grad des Zirkels abhängt. Darauf

Darauf befestiget man das Instrument, und rücket alsdann nur das Lineal desselben fort, bis man durch die Dioptern den Stab in c sieht, und so sieht man, wie viel Grade auf der Theilscheibe von a bis c sind abgeschnitten worden. Man mißt hernach mit der Ruthe die beyden Schenkel des Winkels, nämlich b a und b c, (40 §.) und schreibt die gefundenen Grade und Ruthen auf ein Papier. Darauf gehe ich auch mit dem Instrumente auf den Winkel oder auf die Ecke c, und messe ihn eben so. Ich lege nämlich das Lineal wieder auf den ersten Grad, visiere wieder nach b, befestige das Instrument, rücke hernach das Lineal auf d, und sehe, wie viel Grade dadurch sind abgeschnitten worden, und messe hernach auch mit der Ruthe die Linie c d. Die übrigen drey Winkel in d e, und a finden sich auf dem Papiere von sich selbst. Wenn ich nämlich die Linien d e und e a mit der Ruthe gemessen habe, so mache ich, vermittelst des Zirkels, mit ihren Maassen Durchschnitte in e, und ziehe die Linien aus. Tab. 2. Fig. 46.

97 §.

6. Es ist nöthig, die Figuren in Grund zu legen, theils um sie auszurechnen, theils einen Grundriß davon zu haben. Deswegen soll es hier gewiesen werden.

I) Wenn man bloß mit der Ruthe das Feld ausgemessen hat. Man sieht bey der



Figur (96 §. No. I. lit. A.) und zwar beim ersten Triangel, vermittelst des Zirkels, wie groß die Linie $c a$ auf dem verjüngten Maassstabe sey. Das Gefundene trägt man aufs Papier, und zieht es mit einer Linie aus. Darauf nehme ich auch von dem verjüngten Maassstabe $a b$, setze den einen Schenkel des Zirkels in a ein, und mache mit unverrückter Oeffnung mit dem andern Schenkel einen Bogen über $a c$. Hernach nehme ich auch $c b$, setze den Zirkel in c , und mache mit dem andern Schenkel auch einen Bogen über $c a$. Wo sich die beiden Bögen durchschneiden, ist der Punct b . Von da aus ziehe ich Linien nach a und c , da steht der erste Triangel $a c b$ auf dem Papiere. Den andern setze ich eben so daran. Die Linie $c a$ habe ich schon, da nehme ich nur die Linie $a d$ von dem verjüngten Maassstabe ab, setze den einen Schenkel des Zirkels in a ein, und mache auf der andern Seite unter $a c$ einen Bogen mit dem andern Schenkel. Ich nehme auch die Linie $c d$, und mache damit einen Bogen. Wo sich die Bögen durchschneiden, ist der Punct d . Von diesem ziehe ich Linien nach a und c , so ist auch der andere Triangel da. Eben so verfare ich mit $a e$ und $d e$; so ist die ganze Figur in Grund gelegt. Tab. 2. Fig. 47.

Beweis. Daß diese Triangel eben solche sind, als auf dem Felde befindlich waren, wird aus dem (77 §.) erwiesen; denn sie
sind

sind Figuren, die mit gleichem Maaße gemessen worden. Nur ist das der Unterschied, daß bey denen im Felde ein großer, und bey denen auf dem Papiere ein kleiner Maaßstab gebraucht worden.

II) Wenn das Feld mit dem Winkelvisiere ausgemessen worden, so trägt man es so auf das Papier. Man trägt die Balin $a c$ erslich auf, wie in der vorhergehenden Numer gelehret worden. Darauf leget man an dieselbe das in den Reißzeugen befindliche Winkelmaaß, so, daß die eine Seite an der Linie $a c$ hinstreicht, und die Ecke desselben in den Punct A kömmt. An der andern Seite, die einen rechten Winkel macht, zieht man eine Linie, und machet sie so groß wie $A b$, das ist, man nimmt ihre auf dem Felde gefundene Größe von dem verjüngten Maaßstabe, und trägt sie auf selbige. Darauf zieht man von b nach c und a Linien, da steht der erste Triangel da. So machet man es auch mit den übrigen. Der Beweis ist wie oben. Tab. 2. Fig. 45.

III) Wenn das Feld mit dem Astrolabio ist ausgemessen worden, so trägt man es so auf: Den ersten Winkel $a b c$ trägt man auf nach 58 §. und machet die beyden Schenkel $b a$ und $b c$ nach dem verjüngten Maaßstabe so groß, als wie sie auf dem Felde gefunden worden. Das machet man eben so mit dem Winkel c und den übrigen Linien,
bis



bis die Figur geschlossen ist. Tab. 2.
Fig. 46.

Beweis. Die Winkel der Figur auf dem Papiere haben eben so viel Grade, als die Winkel auf dem Felde. Die Linien der Figur auf dem Papiere haben eben so viel Ruthen als wie die Linien der Figur auf dem Felde, nur daß zu diesen ein größers und zu jenen ein kleineres Maaß ist genommen worden. (77 S.) Folglich ist die Figur auf dem Papiere mit derjenigen übereinstimmend, die auf dem Felde ist.

98 S.

7. Zum Ausrechnen dieser Figuren wird erfordert, den Inhalt eines jeden Triangels zu finden. Das geschieht so: Man nimmt die längste Linie des Triangels zur Grundlinie an. Hier bey dem Triangel a b c die Linie a b. Darauf läßt man von c auf dieselbe eine Perpendikellinie fallen. Hernach wird sowohl diese Perpendikellinie, als auch die Grundlinie a b, mit dem Zirkel gemessen und gesehen, wie viel sie auf dem verjüngten Maaßstabe an Ruthen, Schuhen u. s. w. haben. Ihre beyden Größen werden mit einander multipliciret: das, was heraus kömmt, wird halbiret, und das, was dann heraus kömmt, ist der Inhalt des Triangels; z. B. die Linie a b wäre groß $3^{\circ} 5'$, und der Perpendikel $2^{\circ} 8'$, so
wäre



werden diese mit einander multipliciret:
Tab. 2. Fig. 48.

$$\begin{array}{r}
 3^{\circ} 5' \\
 2^{\circ} 8' \\
 \hline
 2 \ 8 \ 0 \\
 7 \ 0 \\
 \hline
 9 \ 8 \ 0
 \end{array}$$

dieses halbirt

$4^{\circ} 9 \ 0'$ ist der Inhalt des Triangels.

Beweis. Man findet den Inhalt von einem parallelen Vierecke, wenn man seine Höhe mit seiner Länge multipliciret (93, 94 §.) Wenn ich nun bey unserm Triangel dessen Länge a b mit seinem Perpendikel oder seiner Höhe multiplicire, so bekomme ich den Inhalt von einem parallelen Vierecke, dessen Seiten a b und c d sind. Nun ist aber unser Triangel die Hälfte davon, nach (95 §.) also muß ich auch die gefundene Zahl 980, als den zweyfachen Inhalt des gesuchten Triangels halbiren.

Anmerkung. Eine Perpendicularlinie zu ziehen setzet man im gegenwärtigen Triangel den einen Schenkel des Zirkels in c, und versuchet hernachmals, in welchem Puncte der Grundlinie a b der andere Schenkel des Zirkels dieselbe berühret. Da, wo das geschieht fällt der Perpendikel hin, oder wie 31 §.

99 §.

8. Nun ist es leicht, den Inhalt einer ganzen Figur zu finden. Wenn die Figur
im



im Grundriße auf das Papier ist gebracht worden, so theilet man sie in so viel Triangel, als angeht. Hernach rechnet man einen jeden besonders nach dem vorhergehenden §. aus, und addiret sie alle zusammen, so ist der Inhalt der Figur da. Tab. 2. Fig. 45.

Anmerkung. Ist die Figur mit dem Winkelvisiere gemessen worden, so kann man sie ausrechnen, ohne sie erst aufzutragen, damit man sie in Triangel bringen könne, bey welchen hernach Basis und Perpendikel gesucht und gemessen werden. Das ist aber mit unserm bequemen Instrumente schon auf dem Felde geschehen. Da ist schon die Basis und Perpendikel von jedem Triangel gefunden worden. Die Figur kann also auf der Stelle, ohne weitem Grundriß, ausgerechnet werden.

100 §.

9. Ein Zirkel gleicht einem Triangel, dessen Grundlinie so groß ist, wie die Peripherie des Zirkels, und dessen Perpendikel so groß, als der Radius des Zirkels ist.

Erläuterung. Denn, wenn ich einen Zirkel in unendlich kleine Triangel eintheile, so werden ihre Grundlinien kleine Theile der Peripherie, die von geraden Linien nicht so merklich unterschieden sind, daß man sie nicht im Gebrauche für gerade Linien ansehen könnte. Jeder ihrer Schenkel liegt dem Perpendikel so nahe, daß er von ihm nur
um

um ein unendlich kleines Theilchen verschieden ist, und als ihm gleich kann angenommen werden. Folglich ist einer von ihnen oder der Radius des Zirkels ohne Fehler in der Praxis für den Perpendikel selbst anzunehmen. Die Summe aller dieser kleinen Triangel giebt alsdann einen großen Triangel, der der Zirkel selbst ist.

101 §.

10. Den Inhalt eines Zirkels zu finden, wenn die Peripherie und der Diameter gegeben werden. Man nimmt den halben Diameter, multipliciret ihn mit der Peripherie, und das herausgekommene halbirer man.

Beweis. Das gründet sich darauf: Ein Zirkel gleicht einem Triangel, dessen Perpendikel so groß ist, wie der Radius des Zirkels. (100 §.) Nun macht der Radius des Zirkels den halben Diameter aus. (25 §.) Und es ist oben (98 §.) gelehret worden, wie ein Triangel ausgerechnet werden muß.

102 §.

Es giebt eine Verhältniß zwischen dem Diameter und der Peripherie des Zirkels. Die wahre ist noch nicht erfunden worden. Die richtige, die wir haben, hat Rudolph von Rölln gemacht, und ist so: wenn der Diameter des Zirkels 100 Theile hat, so hat die Peripherie desselben 314 Theile.

103 §.



103 §.

11. Wenn nun von einem Zirkel die Peripherie angegeben worden, und man soll den Diameter dazu suchen, so geschieht solches durch die Regel de Tri. Ist die gegebene Peripherie des Zirkels z. B. 620, so saget man so: Wenn die Peripherie 314 ist, so ist der Diameter 100. (102 §.) Was ist nun der Diameter, wenn die Peripherie 620 ist. Dieses Exempel steht so:

$$\begin{array}{r}
 314: 100 = 620 \\
 \hline
 100 \\
 \hline
 62000 \\
 314 \\
 \hline
 3060 \\
 314 \\
 \hline
 2826 \\
 \hline
 2340 \\
 314 \\
 \hline
 2198 \\
 \hline
 142 \\
 \hline
 314
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 62000 \\ 314 \\ 3060 \\ 314 \\ 2826 \\ 2340 \\ 314 \\ 2198 \\ 142 \\ 314 \end{array}} \right\} 197 \frac{1}{4} \frac{3}{4} \text{ Diameter}$$

104 §.

12. Wenn der Diameter des Zirkels gegeben worden, und die Peripherie ist zu suchen: so geschieht es eben durch die Regel de Tri. Ist z. B. der gegebene Diameter 204, so saget man: Wenn der Diameter

100



100 ist, so ist die Peripherie 314. Was ist nun die Peripherie, wenn der Diameter 204 ist? Es steht also:

$$100 : 314 = 204 : x$$

$$\begin{array}{r} 314 \\ \hline 816 \\ 204 \\ 612 \\ \hline 64056 \end{array}$$

Dies mit 100 dividiret, giebt die Peripherie $640\frac{5}{100}$.

105 §.

13. Wenn der Diameter des Zirkels oder die Peripherie desselben gegeben worden, und man soll den Inhalt desselben suchen, so suchet man im ersten Falle erstlich die Peripherie (104 §.) und im zweyten den Diameter. (103 §.) Und dann suchet man den Inhalt des Zirkels nach. (101 §.)

106 §.

14. Wenn ich einen Triangel a b c habe, und in demselben eine Linie d e mit der Grundlinie b c parallel ziehe, so kommt alsdann ein Verhältniß zwischen diesen Linien heraus, nämlich a b verhält sich zu a c wie a d zu a e, und a d verhält sich zu d e wie a b zu b c. Tab. 2. Fig. 49.

Beweis. Das gründet sich darauf; weil die Linie d e in gleicher Entfernung zwischen einerley Schenkeln von der Grundlinie b c

D,

gezo



gezogen worden. Sie ist auf keiner Seite höher gesetzt worden, und ist auch an keinem Ende länger gemacht worden, daher hat sie den Triangel in proportionirte Linien eingetheilet.

107 §.

15. So, wie man in der Rechenkunst, und zwar in der Regel de Tri, zu 3 gegebenen Sätzen den vierten proportionirten Satz sucht, so kann dieses auch in der Messkunst geschehen. Man kann da zu drey gegebenen Linien die vierte proportionirte Linie suchen. Wenn man z. B. die Linien $a b$, $c d$ und $e f$ hat, so macht man zu vörderst nach seiner Willführ einen Winkel $f a g$. Hernach trägt man mit dem Zirkel aus a in b die Linie $a b$, aus a in d die Linie $c d$, und aus b in f die Linie $e f$. Hierauf zieht man aus b in d eine gerade Linie $b d$, die zwischen den beyden Schenkeln des Winkels zu stehen kommt. Und, wenn man nun mit dieser eine andere von f aus parallel zieht, so ist die daher entstehende Linie $f g$ die gesuchte vierte proportionirte Linie. Tab. 2. Fig. 50.

Der Beweis liegt in dem vorhergehenden 106 §.

Aufgaben von Weiten.

108 §.

1. Wenn die Weite zweyer Orter a und b zu messen wäre, zwischen welchen einige

nige Hindernungen sind, daß ich nicht von dem einen zu dem andern kommen kann, die aber doch so gelegen sind, daß ich von einem angenommenen Stande c zu einem jeden derselben kommen kann, so machet man es so: Ich messe von dem Puncte c bis an den Ort b, und trage eben diese Linie gerade zurücke aus c in d, hernach messe ich auch von dem Puncte c bis an den Ort a, und trage diese Linie auch gerade zurück aus c in e. Von d bis e ziehe ich eine Linie, und messe sie, da habe ich denn die Größe von a bis b, denn die Linie d e ist eben so groß wie jene. Tab 3. Fig. 51.

Beweis. Die Richtigkeit davon erhellet hieraus: Die Winkel x und y sind einander völlig gleich, weil sie Verticalwinkel sind, (57 §.) die beyden Linien c d und c e sind eben so groß gemacht worden, wie c a und c b, folglich muß auch die dritte, die daraus entsteht, eben so groß seyn, wie a b. Oder

$$x = y \text{ 57 §.}$$

$$c d = c b$$

$$c e = c a$$

$$\text{Deswegen } d e = a b$$

109 §.

2. Wenn ich aber die Weite zweyer Orter habe, zwischen welchen einige Hindernungen sind, daß ich nicht von dem einen zu dem andern kommen kann, und die so geles-



gen sind, daß ich von dem angenommenen Puncte c nicht zu beyden Oertern, sondern nur zu dem einen kommen kann, so verfare ich so: Man mißt von c bis a, und trägt hernach die gefundenen Ruthen gerade zurück in d. Tab. 3. Fig. 52.

Darauf mißt man mit dem Astrolabio Tab. 4. Fig. 2. den Winkel in a, den die beyden Linien a b und a c machen, und trägt ihn in e. Dieses zu thun, lege ich das Lineal des Astrolabii auf den Diameter desselben, richte darauf das Instrument so, daß der Diameter desselben auf die Linie e c fällt, und schneide hernach mit dem Lineale durch Fortrückung desselben so viel Grade ab, als ich oben in dem Winkel a fand. Auf die Linie, die mir der gesuchte Winkel giebt, setze ich einen Stab in e. Nun habe ich 2 Linien und einen Winkel, daraus kann ich leicht einen Triangel machen. Ich gehe nämlich mit dem Stabe e auf der gefundenen Linie so lange fort, bis ich mit dem Puncte c und b in gleicher Linie stehe, welches geschieht, wenn die Stäbe e c b nur einen Punct vorstellen, und ich keinen weder zur Rechten noch zur Linken außerhalb der Linie stehen sehe, wenn ich hinter e trete und nach b zu sehe. Die Linie d e ist alsdann so groß, wie a b.

Beweis. Ich habe den Triangel c d e eben so groß gemacht, wie der Triangel a b c. Folglich sind die Linien in demselben einander gleich.

gleich. (78 §.) Sind alle Linien einander gleich, so ist auch $d e$ so groß als $a b$.

I. Anmerkung. Das Astrolabium, oder die Theilscheibe ist eigentlich ein Zirkel, Tab. 4. Fig. 2. der in seine 360° getheilet ist. An dem Mittelpuncte ist ein bewegliches Lineal, an dessen Ende Dioptern angemacht sind. Wenn nun ein Winkel zu messen ist: so geht man mit diesem Instrumente an die Spitze des Winkels, und setzet es so ein, daß der Mittelpunct der Theilscheibe gerade in die Spitze des Winkels fällt, welches mit einer angehängten Bleykugel, wie Tab. 4. Fig. 4. zu sehen ist, probiret werden kann. Darauf schiebe ich das an der Theilscheibe befindliche Lineal auf den Durchmesser des Zirkels. Ist dieses geschehen: so wird das Instrument so gerichtet, daß der Durchmesser desselben auf den einen Schenkel des Winkels fällt, welches geschieht, wenn ich durch die Dioptern den auf den einen Schenkel des Winkels gesteckten Stab erblicke. Das Instrument wird hernach nicht verrücket; sondern man schiebt nur das Lineal desselben so lange weg, bis man durch die Dioptern den auf den andern Schenkel des Winkels gesteckten Stab erblicket. Alsdann hat man nur die Grade zu zählen, die das Lineal von dem einen Schenkel des Winkels bis zum andern durchgegangen hat; und da weis man die Größe des Winkels.



2. Anmerkung. Das Meßtischchen Tab. 4. Fig. 4. dienet eben zu diesem Gebrauche. Nur muß es vom guten Holze, und mit einem Lineale, das Dioptern hat, versehen seyn. Dioptern sind aber nichts anders, als das, was man bey Flinten Absehen heißt. Ehe man mißt, muß das Tischchen mit Papiere überzogen seyn, welches mit Wachse fest kann gemacht werden. Die Sehwage steht darum darauf, damit man sieht, ob das Tischchen horizontal stehe.

3. Anmerkung. Tab. 4. Fig. 3. sieht man die Bergwage, welche man bey Bergen brauchet, um das Maas der Horizontallinien zu finden. Der Gebrauch und Nutzen aber dieser Instrumente kann am Besten beyin Feldmessen selbst gezeiget werden.

Aufgaben von Höhen.

110 §.

1. Man soll die Höhe eines Ortes a b messen, zu welchem man aus einem angenommenen Stande d kommen kann. Tab. 3. Fig. 53. Will man es mit dem Astrolabium thun, so geht man mit ihm von dem Orte weg in den Stand d, und sehet das Stativ recht perpendicular über den Punct d. Das Instrument auf selbigem, das deswegen auf einer beweglichen Kugel stehen muß, richtet man recht vertical, und mißt den Winkel e c b.

Man

Man mißt auch mit der Ruthe die Standlinie $d a$ nach (40 §.) und trägt sie aufs Papier. Man errichtet aus a einen Perpendikel und setzt darauf die Höhe des Instruments $a e$, zieht $c e \parallel a d$ mit $a d$ parallel; legt an c den gefundenen Winkel $e c b$ und zieht die Linie $c b$ bis sie den andern Schenkel des rechten Winkels durchschneidet. Die Perpendicularlinie $a b$ messe ich auf dem verjüngten Maasstabe, und das gefundene ist die Höhe des Orts.

Beweis. Die Linie $e c$ auf dem Papiere und die beyden Winkel $b e c$ und $e c b$ sind eben dieselben, die auf dem Felde waren, nur daß $e c$ verjüngt ist. Folglich ist auch die Linie $e b$ dieselbige, die an dem Orte ist, weil sich allemal die dritte Linie von selbst findet, wenn zwei Linien und ein Winkel gegeben werden. (84 §.) Die verjüngte Linie $b e$ nebst der verjüngten Höhe des Instruments machen die ganze Höhe $b a$ verjüngt aus.

2. Die Höhe eines Orts $a b$ zu messen, zu dem man nicht kommen kann, verfährt man so: Man nimmt dem Orte gegen über zween Stände c und d an. In dem Stande d mißt man den Winkel $e f b$, und in dem Stande c den Winkel $e g b$. Darauf mißt man auch mit der Ruthe die Standlinie $c d$. (40 §.) Ich trage darnach die Standlinie $d c$ $f g$ auf das Papier, und setze an die beyden Ecken die gefundenen Winkel an. (58 §.) Es entsteht alsdann ein Tri-



angel b f g. Die Grundlinie desselben f g wird verlängert, und auf selbige läßt man aus b einen Perpendikel fallen, (31 §.) die sie in e trifft. Es entsteht da die Linie b e. Diese wird auf dem verjüngten Maaßstabe gemessen, die verjüngte Höhe des Instrumens hinzu addiret, und dieß giebt mir die Höhe des Orts a b. Tab. 3. Fig. 54.

Erklärungen von den Körpern, oder der Stereometrie.

112 §.

Eine Kugel entsteht, wenn ein halber Zirkel sich um seinen Diameter bis zu seiner ersten Stellung herum drehet. Tab. 3. Fig. 55.

113 §.

Ein Prisma entsteht, wenn eine geradenlinichte Figur, z. B. c d, mit einer parallelen Bewegung herunter geführt wird. Tab. 3. Fig. 56.

114 §.

Ein Cylinder oder eine Walze entsteht auf zweyerley Art; entweder, wenn sich ein Zirkel a an einer geraden Linie so herunter bewegt, daß er immer mit sich selbst parallel bleibt, oder, wenn sich ein rechtwinkliches Parallelogramm um eine seiner Seiten bis zu seiner ersten Stellung drehet. Tab. 3. Fig. 57.

115 §.

115 §.

Ein Parallelepipedum entsteht, wenn sich ein rechtwinklichtes Viereck, z. B. $a b c d$, an einer geraden Linie $a e$ unter einem rechten Winkel herunter beweget. Tab. 3. Fig. 58.

116 §.

Ein Cubus oder Würfel entsteht, wenn sich ein Quadrat $a b c d$, unter einem rechten Winkel an einer geraden Linie $a e$ herunter beweget, die einer Seite des Quadrats gleich ist. Tab. 3. Fig. 60.

117 §.

Eine Pyramide entsteht, wenn über einer Fläche eine gerade Linie $a e$ an dem einem Ende a fest ist, und sich mit dem andern Ende e um den Umfang einer geradlinichten Figur, z. B. eines Triangels $c b e$ herum bewegt. Tab. 3. Fig. 61.

118 §.

Ein Kegel oder Conus entsteht, wenn eine gerade Linie $a b$ an dem einen Ende a über einer Fläche fest ist, und sich mit dem andern Ende b um einen Zirkel herum beweget. Tab. 3. Fig. 59.

119 §.

Anmerkung. Den körperlichen Inhalt von einer Sache zu finden, hat man einen Maßstab nöthig. Dazu bedienet man sich einer Cubikruthe, das ist, eines Würfels, der eine Ruthe hoch, dick und breit ist. Dieser wird eingetheilt in Cubikschuhe und in Cu-



bißzolle. Jenes find Würfel, die einen Schuh hoch, dick und breit sind, und dieses sind Würfel, die einen Zoll hoch, breit und dick sind.

A u f g a b e n

von Ausmessung der Körper.

120 §.

1. Es ist ganz leicht den körperlichen Inhalt eines Cubi oder Würfels zu finden. Man mißt die Seite des Würfels, und multipliciret sie mit sich selbst, (92 §.) so ist seine Grundfläche gefunden worden. Diese multipliciret man wieder mit der Seite des Würfels, die die Höhe desselben ausmachet, so kömmt der körperliche Inhalt desselben heraus; z. B.

die Seite wäre 15'

15

75

15

Grundfläche 225

Seite 15

1125

225

3375' Inhalt des Würfels.

Beweis. Man muß sich vorstellen, als wenn die eine Seite des Würfels zur Grundfläche desselben gemacht, und in etliche gleiche Theile gebracht worden wäre. So viel Theile



Theile diese Grundfläche hat, so viele Reihen von kleinen Würfeln sind da. Ferner ist klar, daß diese Reihen so viel kleine Würfel in sich fassen, als die andere Seite des Würfels, die die Höhe desselben ausmachet, Theile hat. Wenn man derowegen diese Höhe des Würfels mit der Grundfläche desselben multipliciret, so kömmt der körperliche Inhalt desselben heraus.

121 §.

2. Den Inhalt aller Flächen an einem Würfel zu finden. Man suchet erst die Grundfläche desselben. (92 §.) Weil der Würfel nun 6 gleiche Flächen hat, so multipliciret man die Grundfläche mit 6, so ist der Inhalt aller Flächen da.

122 §.

3. Den körperlichen Inhalt von einem Parallelepipedum zu finden. Man multipliciret die Länge desselben $c d$ durch seine Breite $d a$. Was herauskömmt, ist die Grundfläche desselben. (93 §.) Diese multipliciret man durch die Höhe $a e$, so ist der begehrte Inhalt da; z. B.

Die Länge ist 17'

Die Breite ist 8'

136' Grundfläche.

Die Höhe ist 12'

272

136

1632' Inhalt.

Der Beweis ist wie 120 §.



123 §.

4. Alle Flächen eines Parallelepipedes zu finden. Man suchet erst die obere Fläche. Hernach die längere Seitenfläche. Alsdann die kürzere Seitenfläche. Das thut man alles nach (93 §.) Das, was bey allen 3 Exempeln herausgekommen ist, addiret man zusammen und verdoppelt solches, indem man es mit 2 multipliciret; weil eine jede Seite bey unsrer Figur doppelt da ist.

124 §.

5. Den Inhalt eines jeden Prismatis zu finden. Man suchet die Grundfläche des Prismatis nach §. 98 oder 99. Das, was herauskömmt, multipliciret man durch die Höhe des Prismatis, und da ist der körperliche Inhalt da; z. B.

Die Grundfläche ist 234'

Die Höhe ist 628

1872

468

1404

146952' körperl. Inhalt.

Beweis. Wenn man die ganze Grundfläche eines Parallelepipedes mit seiner Höhe multipliciret, so hat man seinen Inhalt. (122 §.) Nun ist ein dreyeckigt Prisma die Hälfte eines Parallelepipedes, welches mit ihm einerley Höhe, aber eine doppelte Grundfläche hat. (95 §.) Wenn man nun die
Hälfte

Hälfte der Grundfläche des Parallelepipedi, welche die ganze Grundfläche des Prilmatis ist, mit dessen Höhe multipliciret, so muß die Hälfte des Parallelepipedi, oder der ganze Inhalt von dem Prilma heraus kommen. Das gilt auch in den übrigen Arten der Prismaticum.

125 §.

6. Zulezt wird noch aufgegeben, den Inhalt aller Flächen an einem Prismate zu finden. Man nimmt den Umfang der ganzen Grundfläche, und multipliciret solchen mit der Höhe des Prilmatis. Was heraus kömmt, ist der Inhalt der Seitenflächen. Dazu thut man den Inhalt der zwey Grundflächen, da ist der Inhalt von allen Flächen da.

❧ ❧ ❧

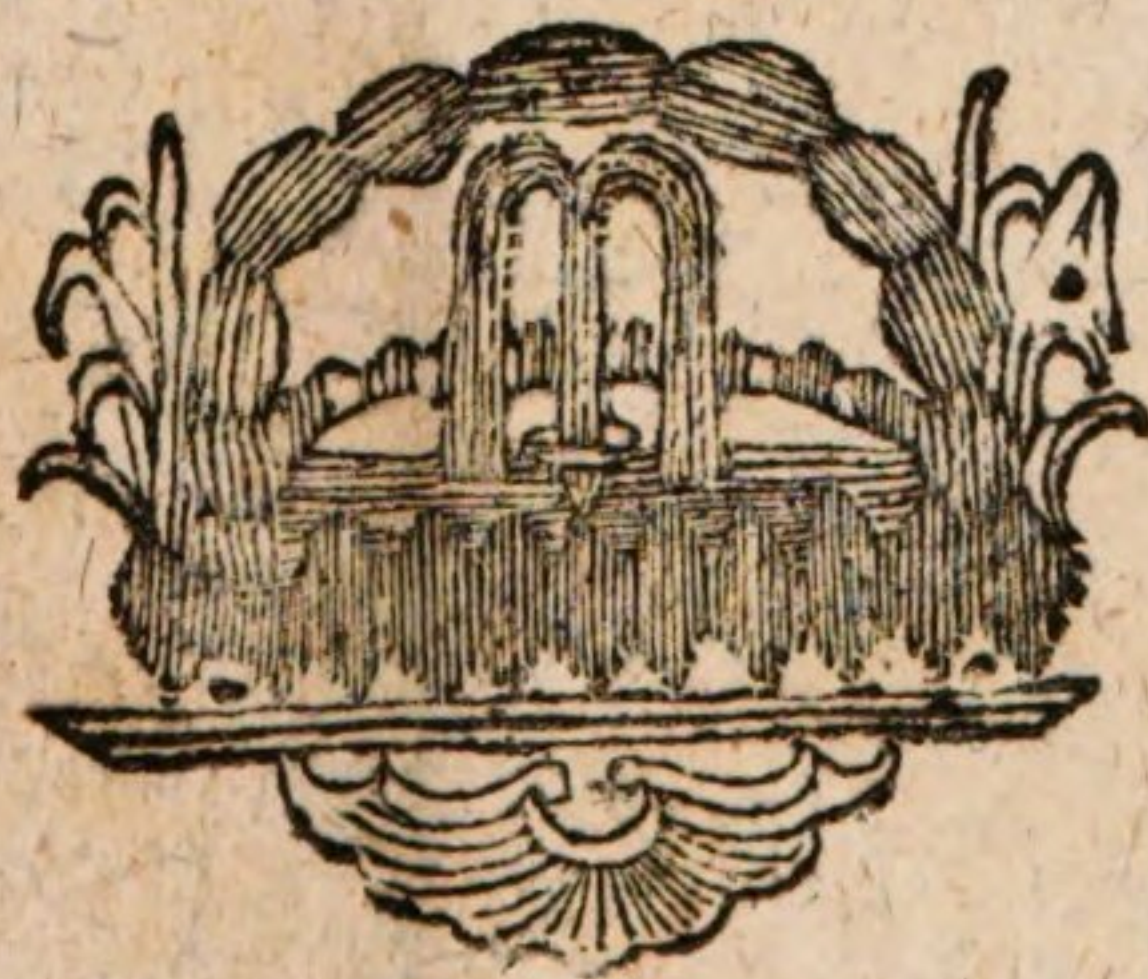
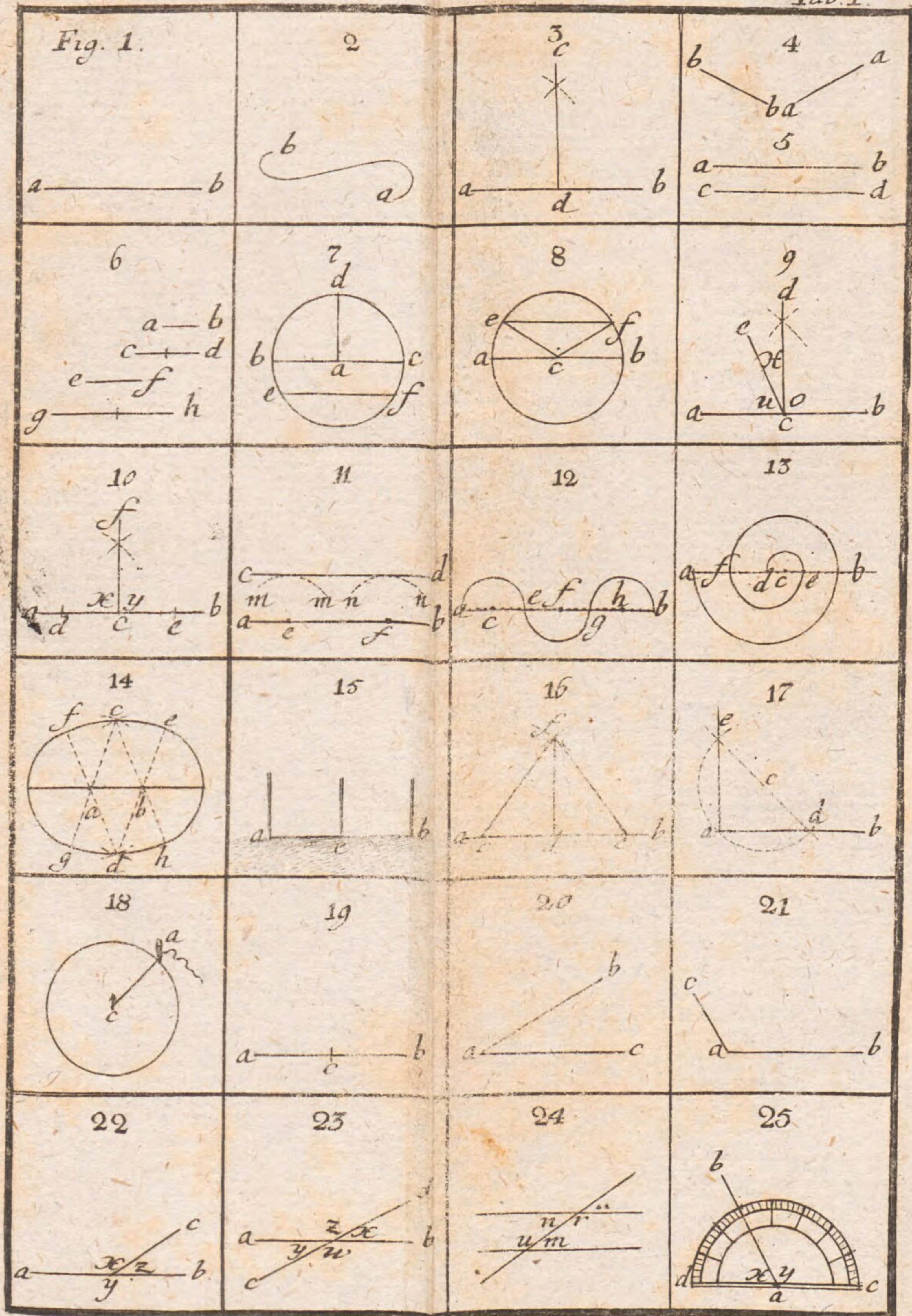


Fig. 1.



26	27	28 d	29
30	31	32	33
34	35	36	37 38
39	40	41	42
43	44	45	46
47	48	49	50

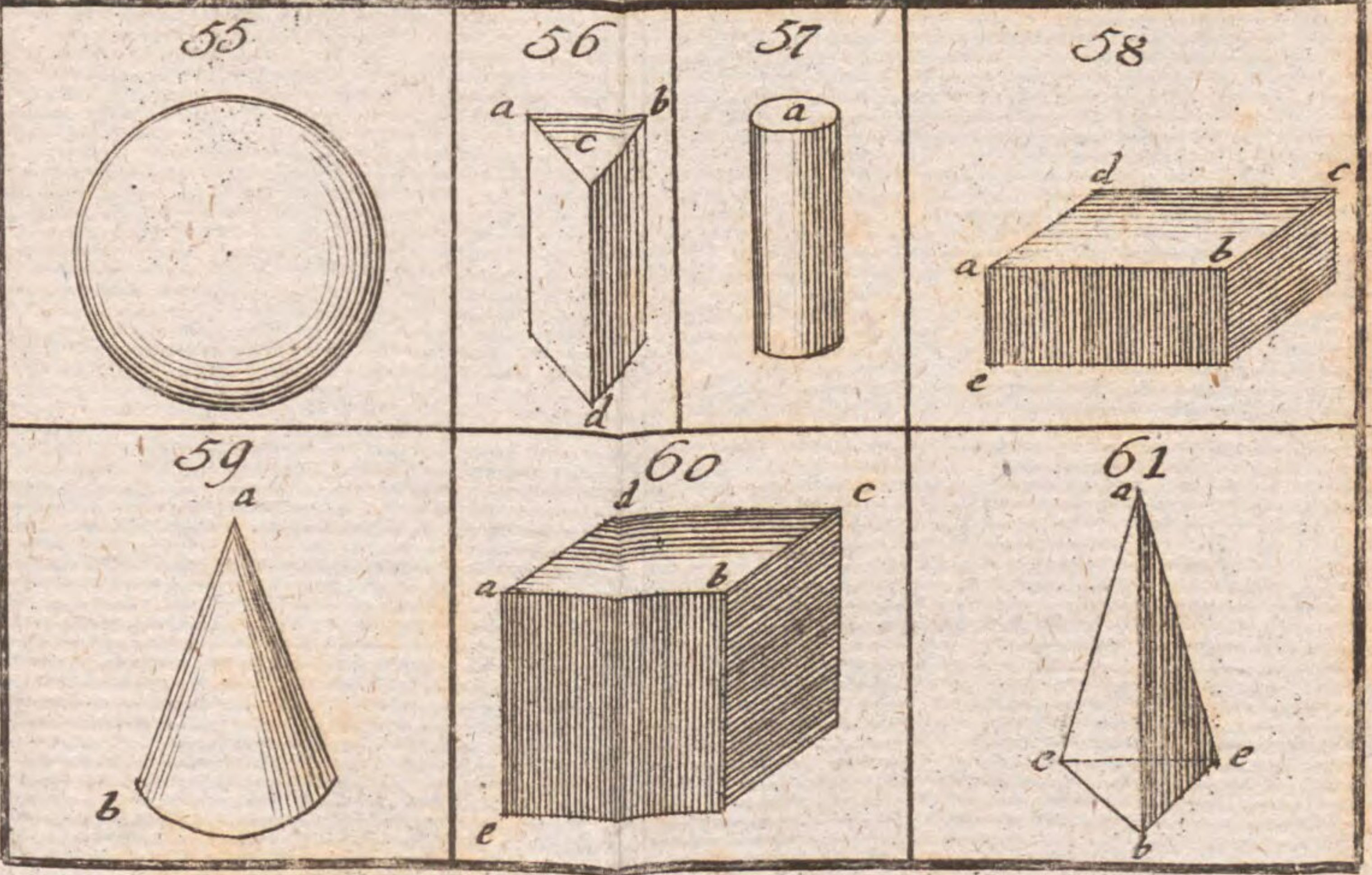
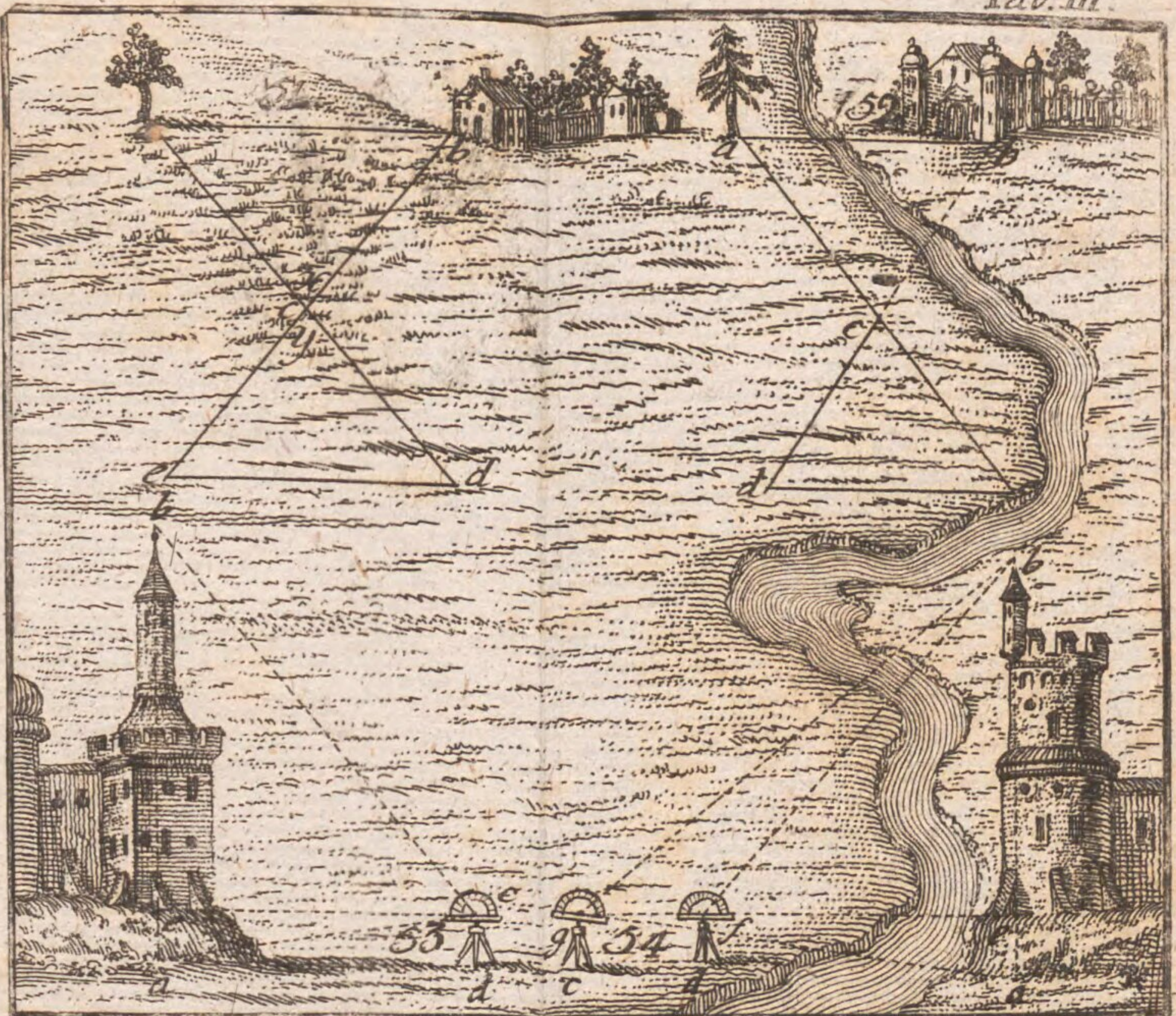


Fig. 2.

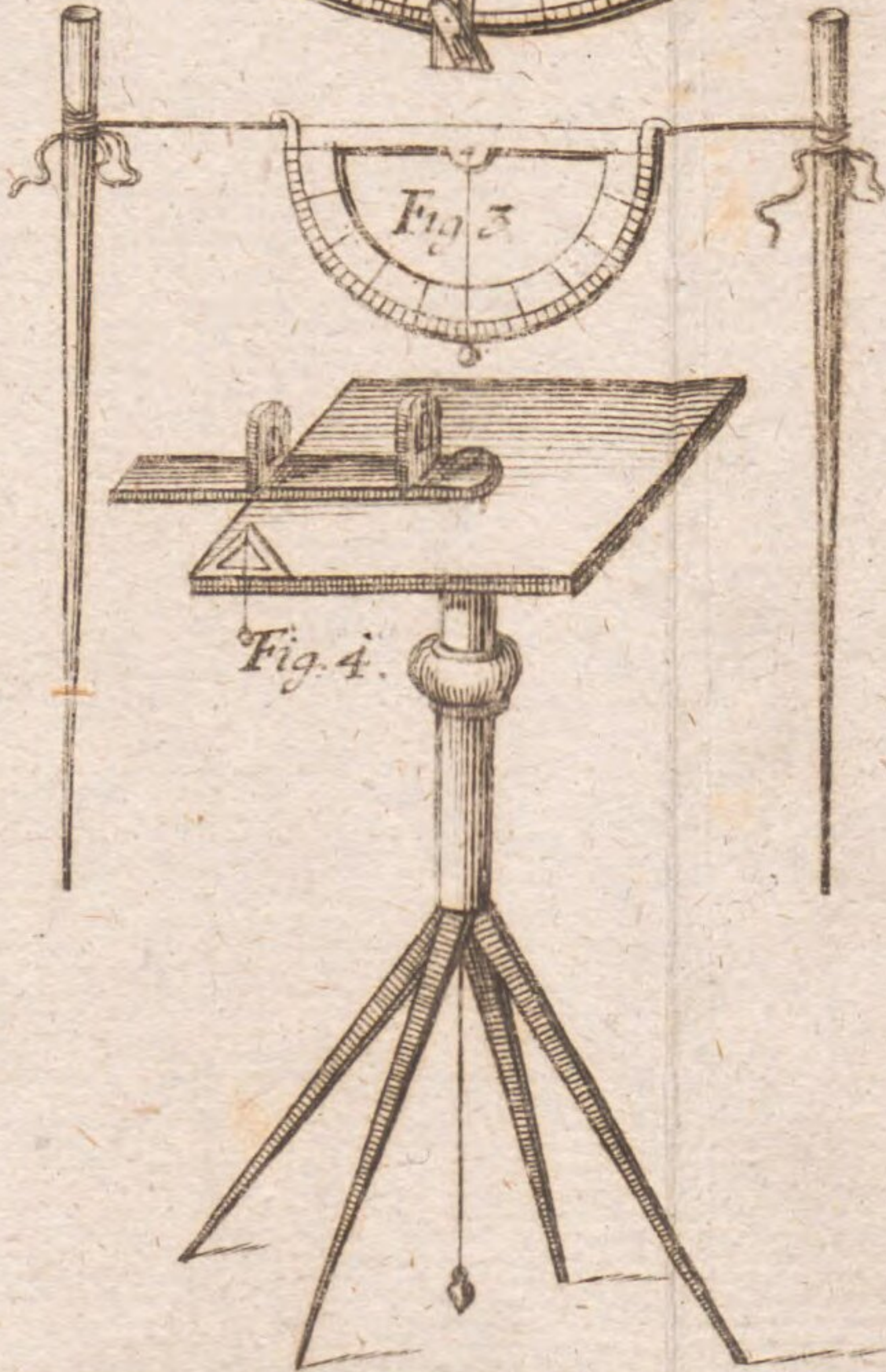
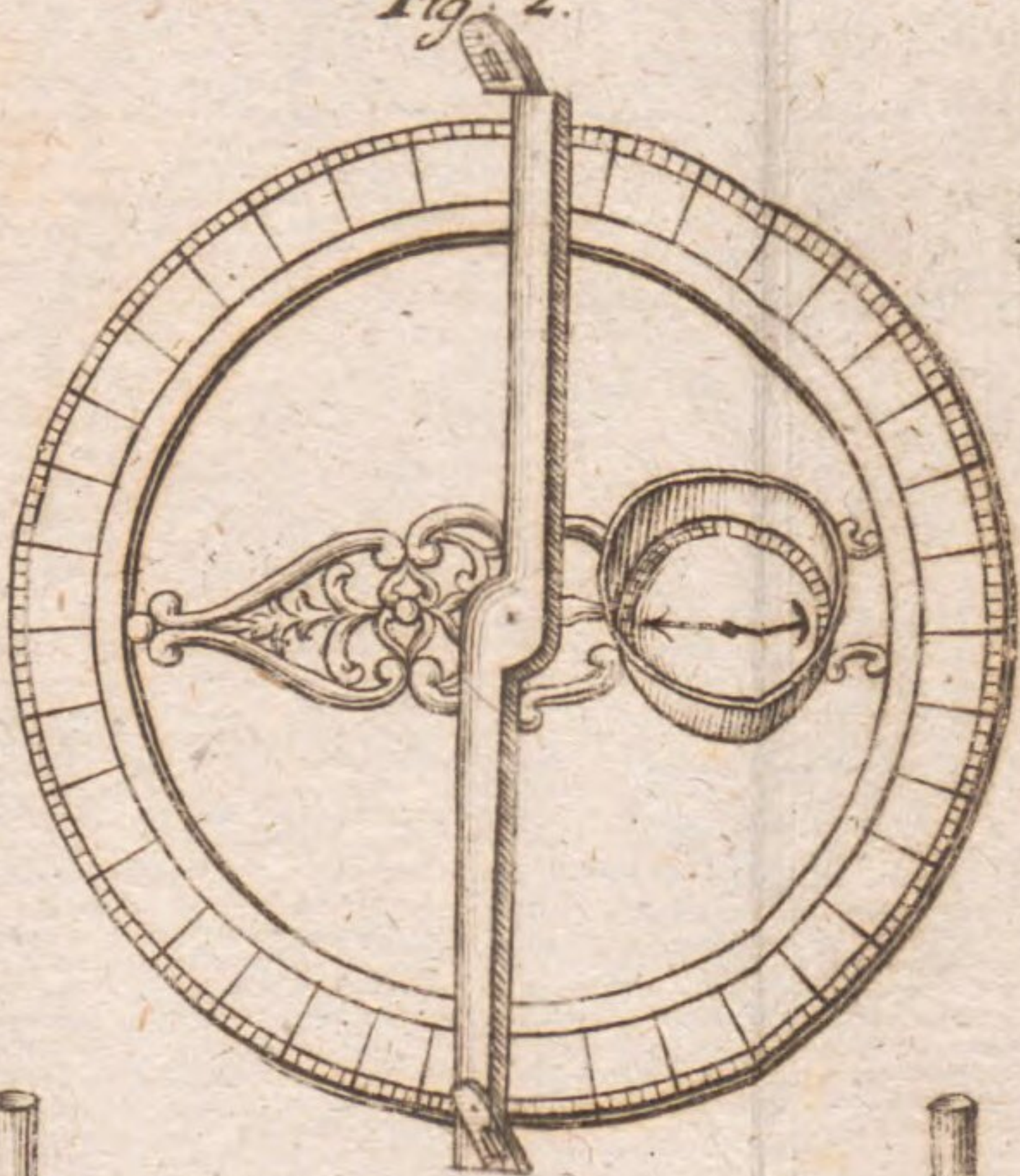


Fig. 4.

Fig. 3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Fig. 1.

5

5

5

5



Jacobi, Adam Friedrich Ernst,

Meßkunst ...

Landshut [1775]

Math.p. 233

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082081-6

VD18 15312429-001